

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Representasi Matematis

2.2.1 Pengertian Representasi Matematis

Representasi merupakan salah satu kemampuan matematika yang penting yang harus dimiliki oleh siswa dalam pembelajaran matematika. Hal ini juga yang tersirat dalam tujuan pembelajaran matematika kurikulum 2013 dan representasi merupakan salah standar proses yang dikeluarkan oleh NCTM. Kata representasi dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia diartikan sebagai (1) perbuatan mewakili, (2) keadaan diwakili, dan (3) apa yang diwakili. Artinya representasi adalah kata benda yang dijadikan sebagai sesuatu yang digunakan untuk mewakili sesuatu.

Siswa ketika dihadapkan dengan suatu masalah matematika, masalah tersebut tidak dapat langsung diselesaikan. Cara untuk menyelesaikan masalah tersebut adalah dengan menyajikan setiap informasi atau data dalam masalah tersebut ke dalam bentuk atau model. Bentuk atau model inilah yang mewakili suatu masalah matematika sehingga dapat diselesaikan. Bentuk atau model ini disebut sebagai representasi.

Beberapa definisi tentang representasi yang dikemukakan oleh para ahli. representasi adalah suatu konfigurasi (bentuk atau susunan) yang dapat menggambarkan sesuatu yang lain dalam beberapa cara

(Goldin, 2002). Definisi lain tentang representasi adalah model atau bentuk pengganti dari suatu situasi masalah atau aspek dari suatu situasi masalah yang digunakan untuk menemukan solusi (Jones & Knuth, 1991). Sejalan dengan (Alhadad, 2010) yang menyatakan bahwa representasi adalah ungkapan dari ide matematis sebagai model yang digunakan untuk menemukan solusi dari masalah yang dihadapinya sebagai hasil interpretasi pikirannya. Artinya representasi adalah ungkapan dari ide matematis dalam berbagai bentuk atau model pengganti dari suatu masalah baik itu berupa ekspresi matematis, kata-kata, gambar dan lain-lain sebagai interpretasi pikirannya dalam menemukan solusi. Berdasarkan beberapa pendapat di atas, maka yang dimaksud dengan representasi matematis dalam penelitian ini adalah ungkapan berbagai ide-ide matematika ke dalam berbagai model matematika dalam menyelesaikan masalah Bangun datar.

Standar kemampuan representasi matematis yang ditetapkan oleh National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 2000) untuk program pembelajaran dari pra-taman kanak-kanak sampai kelas 12 adalah sebagai berikut:

1. membuat dan menggunakan representasi untuk mengatur, mencatat, dan mengkomunikasikan ide-ide matematika,
2. memilih, menerapkan, dan menterjemahkan antar representasi matematika untuk memecahkan masalah,

3. menggunakan representasi untuk memodelkan dan menginterpretasikan fenomena fisik, sosial, dan matematika.

Representasi merupakan salah satu penunjang terbentuknya kemampuan matematis. Representasi juga dapat membuat siswa mengkomunikasikan informasi kepada guru tentang bagaimana cara berpikir siswa mengenai suatu konteks atau ide-ide matematika. Guru harus dapat menemukan cara mengembangkan kemampuan representasi siswa dalam pembelajaran matematika.

2.2.2 Jenis-jenis Representasi Matematis

Berbagai kajian literatur ditemukan bermacam-macam tipe, jenis atau katagori representasi. Jenis-jenis representasi tersebut dikarakterisasi berdasarkan pendapat para ahli. Berikut ini dikemukakan uraian singkat tentang jenis-jenis representasi matematis.

Hiebert dan Carpenter (dalam Hudoyo, 2002) mengemukakan bahwa pada dasarnya representasi dapat dinyatakan sebagai representasi internal dan representasi eksternal. Berpikir tentang ide matematika yang kemudian dikomunikasikan memerlukan representasi eksternal yang wujudnya antara lain: verbal, gambar dan benda konkrit. Berpikir tentang ide matematika yang memungkinkan pikiran seseorang bekerja atas dasar ide tersebut merupakan representasi internal. Sejalan dengan pendapat tersebut, Goldin (2002) mengatakan bahwa representasi eksternal adalah hasil perwujudan untuk

menggambarkan apa-apa yang dikerjakan seseorang secara internal atau dalam representasi internalnya.

Representasi internal dari seseorang sulit untuk diamati secara langsung karena merupakan aktivitas mental dari seseorang dalam pikirannya (*minds-on*). Representasi internal seseorang itu dapat disimpulkan atau diduga berdasarkan representasi eksternalnya dalam berbagai kondisi, misalnya dari pengungkapannya melalui kata-kata (lisan), melalui tulisan berupa simbol, gambar, grafik, tabel ataupun melalui alat peraga (*hands-on*), dengan kata lain terjadi hubungan timbal balik antara representasi internal dan eksternal dari seseorang ketika berhadapan dengan sesuatu masalah.



Gambar 2.1 Hubungan Timbal Balik Antara Representasi Internal dan Eksternal

Lebih lanjut, Gagatsis dan Elia (2004) mengatakan bahwa untuk siswa kelas 1, 2 dan 3 sekolah dasar, representasi dapat digolongkan menjadi empat tipe, yaitu representasi verbal (tergolong representasi *descriptive*), gambar *informational*, gambar *decorative*, dan garis bilangan (tergolong representasi *depictive*). Perbedaan antara gambar *informational* dan gambar *decorative* adalah pada gambar *decorative*, gambar yang diberikan dalam soal tidak menyediakan setiap informasi pada siswa untuk menemukan solusi masalah, tetapi hanya sebagai

penunjang atau tidak ada hubungan langsung kepada konteks masalah. Gambar *informational* menyediakan informasi penting untuk penyelesaian masalah atau masalah itu didasarkan pada gambar.

Lesh, Post dan Behr (dalam Hwang, Chen, Dung, & Yang, 2007) membagi representasi yang digunakan dalam pendidikan matematika dalam lima jenis, meliputi representasi objek dunia nyata, representasi konkret, representasi simbol aritmetika, representasi bahasa lisan atau verbal dan representasi gambar atau grafik. Kemampuan representasi bahasa atau verbal adalah kemampuan menerjemahkan sifat-sifat yang diselidiki dan hubungannya dalam masalah matematika ke dalam representasi verbal atau bahasa. Kemampuan representasi gambar atau grafik adalah kemampuan menerjemahkan masalah matematik ke dalam gambar atau grafik. Kemampuan representasi simbol aritmatika adalah kemampuan menerjemahkan masalah matematika ke dalam representasi rumus aritmatika.

Friedlander dan Tabach (2001) mengelompokkan representasi dalam representasi verbal, representasi numeris, representasi grafis, dan representasi aljabar. Representasi verbal pada umumnya digunakan dalam menyatakan masalah di awal proses dan diperlukan untuk memberikan interpretasi akhir yang diperoleh dalam pemecahan masalah. Representasi numeris merupakan representasi yang diperkenalkan kepada siswa pada tahap awal belajar aljabar. Pendekatan numeris merupakan representasi yang dapat digunakan

untuk memberikan jembatan yang mudah dan efektif dalam aljabar dan umumnya menjadi dasar representasi-representasi yang lain. Representasi grafis merupakan model representasi yang efektif digunakan untuk menggambarkan nilai fungsi dari variabel real. Representasi aljabar merupakan representasi yang ringkas, umum dan efektif digunakan untuk menyatakan pola-pola dan model-model matematika.

Mudzakir (2006) dalam penelitiannya mengelompokkan representasi matematis ke dalam tiga ragam representasi yang utama, yaitu (1) representasi visual berupa diagram, grafik, atau tabel, dan gambar; (2) Persamaan atau ekspresi matematis; dan (3) Kata-kata atau teks tertulis. Adapun indikatornya adalah sebagai berikut:

Tabel 2.1 Indikator Representasi Matematis

Representasi	Bentuk Operasional
Representasi visual:	Menyajikan kembali data atau informasi dari suatu representasi ke representasi diagram, grafik dan tabel.
a. Diagram, tabel dan grafik,	Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah.
b. Gambar	Membuat pola-pola gambar geometri Membuat gambar untuk memperjelas masalah dan memfasilitasi penyelesaiannya.
Persamaan atau ekspresi matematis	Membuat persamaan atau model matematis dari representasi lain yang diberikan. Membuat konjektur dari suatu pola bilangan. Penyelesaian masalah dari suatu ekspresi matematis.
Kata-kata atau teks tertulis	Membuat situasi masalah berdasarkan data atau representasi yang diberikan. Menuliskan interpretasi dari suatu representasi. Menuliskan langkah-langkah penyelesaian masalah dengan kata-kata atau teks tertulis . Menyusun cerita yang sesuai dengan suatu representasi yang disajikan. Menjawab soal dengan menggunakan kata-kata atau teks tertulis.

(Adopsi dari Mudzakir, 2006)

2.2 Penyelesaian Masalah

Sebagian besar dalam kehidupan manusia sehari-hari akan berhadapan dengan persoalan, tetapi tidak semua persoalan merupakan suatu masalah. Suatu masalah akan mendorong seseorang untuk menyelesaikannya. Lester mengartikan masalah sebagai suatu situasi di mana individu atau kelompok terpanggil untuk melakukan suatu tugas di mana tidak tersedia algoritma yang secara lengkap menentukan penyelesaian (dalam Winarni, 2011). Masalah dalam matematika adalah pertanyaan atau soal yang harus dijawab atau direspon Menurut Dewiyani (2008). Sejalan dengan pendapat tersebut, Herman Hudojo (2005) menyatakan bahwa masalah dalam matematika yang disajikan seharusnya adalah masalah yang kontekstual dimana pertanyaan yang diberikan sesuai dengan pengalaman siswa. Artinya suatu masalah tidak dapat diselesaikan dengan prosedur yang rutin, tapi perlu kerja keras untuk mencari jawabannya.

Siswa ketika diberikan masalah kontekstual diharapkan dapat menyelesaikan soal tersebut karena masalah kontekstual adalah masalah yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari atau dunia nyata dengan demikian, aspek penting dari makna masalah adalah adanya penyelesaian yang diperoleh tidak hanya dapat dikerjakan dengan prosedur rutin, tetapi perlu penalaran yang lebih luas dan rumit. Apabila suatu tugas matematik dapat segera ditemukan cara penyelesaiannya, maka tugas tersebut tergolong pada tugas rutin dan bukan merupakan suatu masalah. Suatu tugas matematik digolongkan

sebagai masalah matematik apabila tidak dapat segera diperoleh cara menyelesaikannya namun harus melalui beberapa kegiatan lainnya yang relevan.

Ditinjau dari banyaknya solusi atau cara penyelesaiannya, masalah matematik dapat bersifat tertutup (*closed*) atau terbuka (*open-ended*). Masalah tertutup adalah masalah yang memiliki solusi dan cara penyelesaian tertentu, sedangkan masalah terbuka adalah masalah yang mempunyai lebih dari satu atau beragam solusi atau cara penyelesaiannya. Ditinjau dari susunan unsur-unsurnya, masalah matematik dinamakan masalah terstruktur (*well-structured*) atau masalah tidak terstruktur (*ill-structured*). Masalah struktur adalah masalah yang memiliki unsur-unsur yang lengkap sehingga masalah dapat segera diselesaikan, sedangkan masalah yang tidak terstruktur adalah masalah yang memiliki unsur yang belum lengkap dan untuk menyelesaikan harus dicari lebih dulu unsur-unsur tertentu yang relevan.

Masalah dalam matematika pada umumnya berbentuk soal matematika namun tidak semua soal matematika merupakan masalah. Ada beberapa hal yang mungkin terjadi dalam memandang suatu soal matematika yaitu: (a) langsung mengetahui atau mempunyai metode tentang penyelesaiannya tetapi tidak berkeinginan (berminat) untuk menyelesaikan soal tersebut; (b) mempunyai metode untuk menyelesaikan dan berkeinginan untuk menyelesaikannya; (c) tidak

mempunyai metode tentang penyelesaiannya, tetapi berkeinginan untuk menyelesaikan soal tersebut; dan (d) tidak mempunyai metode tentang penyelesaiannya dan tidak berkeinginan untuk menyelesaikan soal itu. Masalah matematika yang dimaksud dalam penelitian ini adalah soal Bangun datar yang diberikan kepada siswa SMP untuk diselesaikan.

Penyelesaian masalah adalah keterampilan yang kita gunakan dalam banyak skenario berbeda setiap hari, apakah dalam mengatur jadwal kita dalam sehari atau menyusun rencana esai (Ling dan Catling, 2012). Menurut Gulo (2008) penyelesaian masalah adalah proses memikirkan dan mencari jalan keluar bagi masalah tersebut. Sejalan dengan pendapat Winarni dan Harmini (2011) yang menyatakan bahwa pemecahan masalah adalah suatu proses penerimaan tantangan dan kerja keras untuk menyelesaikan masalah tersebut. Artinya masalah dipandang sebagai proses berpikir seseorang secara terarah untuk menentukan apa yang harus dilakukan dalam mengatasi suatu masalah yang sedang dihadapi. Mayoritas di antara kita menjalani proses-proses ini tanpa merenungkan berbagai keterampilan yang digunakan dalam menyelesaikan masalah-masalah bahkan yang paling sederhana sekalipun, dan meski demikian keterampilan-keterampilan tersebut sebagian besar kita kembangkan selama bertahun-tahun.

Penyelesaian masalah bukanlah sekedar melaksanakan prosedur perhitungan matematika saja, melainkan pada setiap kegiatannya harus disertai dengan pemahaman yang bermakna. Setiap langkah

penyelesaian masalah harus disertai dengan kesadaran terhadap konsep dan proses matematika yang terlibat, keterkaitan di antara konsep yang dinyatakan dalam bentuk model matematika permasalahan, penerapan konsep sesuai dengan aturan yang berlaku, serta pemeriksaan kebenaran solusi sesuai masalah awal. Berdasarkan pendapat di atas, yang dimaksud dengan penyelesaian masalah dalam penelitian ini adalah langkah-langkah siswa dalam menyelesaikan masalah Bangun datar menurut tahapan polya.

Menurut Polya (1973) penyelesaian masalah dalam matematika terdiri atas empat langkah pokok, yaitu (1) memahami masalah, (2) menyusun rencana, (3) melaksanakan rencana, dan (4) memeriksa kembali.

1. Memahami masalah

Siswa harus dapat memahami kondisi soal atau masalah yang ada pada soal tersebut. Siswa pada langkah ini, harus mengetahui apa saja yang tidak diketahui dalam suatu permasalahan seperti variabel-variabel yang tidak diketahui dan harus dicari nilainya. Siswa juga harus mengetahui data apa saja yang dibutuhkan untuk penyelesaian masalah, misalnya seperti konstanta atau keterangan-keterangan lain yang dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah tersebut.

2. Menyusun rencana

Siswa pada tahap ini mencari hubungan antara data yang ada dengan variabel-variabel yang belum diketahui atau yang akan kita cari solusinya. Siswa juga diharuskan untuk mengingat kembali apakah

masalah seperti ini pernah kita selesaikan sebelumnya atau adakah permasalahan yang mirip/hampir mirip dengan masalah yang sedang kita selesaikan, jika koneksi antara data dan variabel yang ada tidak ditemukan. Selanjutnya kita seharusnya sudah mulai memiliki rencana untuk mencari solusinya. Siswa pada langkah ini dituntut untuk dapat mengaitkan masalah dengan materi yang telah diperoleh, sehingga dapat ditentukan rencana penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan masalah.

3. Melaksanakan rencana

Langkah selanjutnya adalah melaksanakan rencana sesuai dengan rencana yang telah dibuat. Siswa melaksanakan proses perhitungan dilengkapi dengan segala macam data dan informasi yang diperlukan, sehingga siswa dapat menyelesaikan soal yang dihadapinya dengan benar.

4. Memeriksa kembali

Siswa pada tahap ini harus memeriksa kembali solusi yang telah didapat sehingga jawaban yang diperoleh merupakan jawaban yang benar. Kesalahan selalu mungkin terjadi, sehingga dengan tahap memeriksa kembali dapat menghindari kesalahan yang telah dilakukan oleh siswa. Memeriksa kembali dengan cara lain merupakan salah satu cara untuk membuktikan bahwa jawaban yang diperoleh merupakan jawaban yang benar.

2.3 Hubungan Penyelesaian Masalah dengan Representasi Matematis

Polya (dalam Hendriana dan Soemarmo, 2014) mengemukakan beberapa saran untuk membantu siswa mengatasi kesulitan dalam menyelesaikan masalah, antara lain: (a) ajukan pertanyaan yang mengarahkan siswa bekerja, (b) sajikan isyarat (*clue* atau *hint*) untuk menyelesaikan masalah dan bukan memberikan prosedur penyelesaian, (c) bantu siswa menggali pengetahuannya dan menyusun pertanyaan sendiri sesuai dengan kebutuhan masalah, (d) bantu siswa mengatasi kesulitannya sendiri. Melengkapi langkah kegiatan yang dikemukakan Polya, pada dasarnya pada waktu melakukan langkah memahami masalah terlibat didalamnya kegiatan mengidentifikasi konsep matematika, mengidentifikasi hubungan antarkonsep tersebut, kemudian menyatakan hubungan konsep yang bersangkutan dalam bentuk model matematika masalah yang bersangkutan.

Model matematika tersebut dapat berbentuk ekspresi matematik atau gambar, diagram atau model matematika lainnya. Berdasarkan uraian tersebut dapat dilihat bahwa representasi eksternal digunakan dalam menyelesaikan masalah. Sejalan dengan pendapat Ling dan Catling (2012) yang mengatakan bahwa sebelum mencoba menyelesaikan masalah, perlu diciptakan representasi dari masalah tersebut, representasi ini biasanya disebut sebagai “representasi internal”. Hal ini bisa dalam bentuk gambar, simbol atau diagram.

Setelah representasi internal diciptakan ada sejumlah strategis untuk benar-benar menyelesaikan masalah.

Hwang, dkk. (2007) bahwa ketika menyelesaikan masalah aplikasi matematika, siswa perlu mengamati dan menemukan pola-pola khusus yang ada di dalam masalah tersebut. Yakni, siswa perlu untuk memformulasi masalah tersebut menjadi bentuk masalah matematika yang abstrak atau model matematika dan pada proses memformulasi inilah, siswa harus mempunyai keterampilan representasi ganda (*multiple representation*) untuk mengartikulasi masalah yang sama dalam bentuk atau pandangan yang berbeda. Representasi ganda (*multiple representation*) meliputi representasi eksternal yaitu sesuatu yang berarti, menggambarkan, melambangkan atau merepresentasikan objek dan atau proses.

Siswa sebelum mencoba menyelesaikan masalah matematika diperlukan representasi internal. Representasi internal tentu saja tidak dapat diamati secara kasat mata dan akibatnya tidak dapat dinilai, apa yang ada di dalam pikiran (*minds on*) tidak diketahui dan dalam menyelesaikan masalah matematika, diperlukan representasi eksternal sebagai perwujudan dari representasi internal yang terlihat dalam perkataan (lisan) atau tulisan dalam bentuk pernyataan, simbol, ekspresi, notasi matematika, gambar, grafik, dan dalam bentuk lainnya sehingga dapat disimpulkan bahwa dalam menyelesaikan masalah diperlukan representasi matematis.

Berdasarkan hubungan penyelesaian masalah dengan representasi matematis di atas, peneliti menyusun aktivitas indikator representasi matematis siswa dalam menyelesaikan masalah disajikan dalam Tabel 2.3.

Tabel 2.2 Indikator Representasi Matematis dalam Menyelesaikan Masalah dengan Tahapan Polya

Tahapan Polya	Kemungkinan Aspek Representasi yang Muncul	Bentuk operasional
1. Memahami Masalah	Visual, ekspresi matematis, dan teks tertulis	Siswa dapat menuliskan yang diketahui dan ditanyakan dari soal yang diberikan
2. Merencanakan penyelesaian	Visual, ekspresi matematis, dan teks tertulis	Siswa dapat menuliskan langkah-langkah penyelesaian masalah dari masalah yang telah diberikan.
3. Melaksanakan Rencana	Visual, ekspresi matematis, dan teks tertulis	Siswa dapat menyelesaikan masalah sesuai langkah-langkah yang sudah direncanakan pada tahap sebelumnya dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan ekspresi matematis matematika.
4. Melihat Kembali	Visual, ekspresi matematis, dan teks tertulis	Menuliskan kesimpulan dengan menggunakan kata-kata atau teks tertulis dari masalah yang diberikan.

(Adopsi dari Ainie, 2011)

2.4 Penelitian Terdahulu

Penelitian tentang hubungan sikap dan kemampuan representasi siswa SMAN 9 Malang dalam memahami fungsi menunjukkan bahwa rata-rata siswa merepresentasikan fungsi dengan diagram panah yaitu mencapai 89,66%. Ada 24,14% siswa yang dapat merepresentasikan fungsi dengan menggunakan bentuk aljabar. Kemampuan siswa dalam merepresentasikan fungsi dalam bentuk verbal dan grafik hanya ada

20%. Banyaknya siswa yang tidak mampu merepresentasikan konsep fungsi dengan bentuk apapun rata-rata mencapai 45,69%. Sikap siswa dalam pembelajaran matematika pada pokok bahasan konsep fungsi berbeda-beda. Sikap siswa terhadap pembelajaran matematika pada pokok bahasan fungsi termasuk dalam kategori sedang. Hubungan antara sikap siswa SMAN 9 Malang dalam pembelajaran matematika pokok bahasan fungsi terhadap kemampuan representasi siswa dalam memahami konsep fungsi lemah (Soviati, 2010).

Penelitian tentang analisis kemampuan representasi siswa terhadap pemberian soal *open-ended* pada materi relasi dan fungsi kelas VIII di SMP Muhammadiyah 1 Malang menunjukkan bahwa siswa yang diberikan soal *open-ended* dapat memberikan representasi lebih banyak dari pada siswa yang diberikan soal bukan *open-ended*. Representasi yang dihasilkan dengan soal *open-ended* oleh siswa yang mendapatkan skor paling tinggi lebih kreatif, mengembangkan cara, dan mengembangkan banyak jawaban yang dapat diperoleh dari setiap butir soal sedangkan dari skor sedang dengan penjelasan kurang jelas, perhitungan dengan model matematika yang kurang lengkap juga. Respon siswa yang mendapat soal *open-ended* tinggi dari pada yang lain. Ini dapat dilihat dari keempat aspek, aspek ketertarikan sebesar 80,25%, aspek kemudahan sebesar 68,75%, aspek kreatifitas sebesar 90,25%, dan aspek menantang sebesar 87,25% dengan rata-rata sebesar 81,26% (Apriadi, 2015).

Perbedaan kedua penelitian terdahulu dengan penelitian ini adalah siswa penelitian yg diambil oleh Soviati (2010) adalah siswa SMA sedangkan penelitian kedua yang dilakukan oleh Apriadi (2015) terdapat kesamaan siswa dengan penelitian ini yaitu siswa diambil dari siswa SMP. Materi Kedua penelitian tersebut adalah tentang fungsi sedangkan penelitian ini mengambil materi tentang bangun datar. Jenis penelitian yang dilakukan oleh peneliti pertama adalah penelitian kualitatif dan kuantitatif deskriptif dan penelitian yang dilakukan oleh peneliti kedua yaitu kuantitatif deskriptif.

